

随机规划

不确定性下的优化决策

MarkZZZ WeChat: MarkZZZ20XX

课程简介

随机规划 (Stochastic Programming) 是数学规划的重要分支, 研究在不确定性环境下的最优决策问题。与确定性优化假设所有参数已知不同, 随机规划承认现实世界中参数的随机性, 通过概率模型将不确定性纳入优化框架。

本课程系统介绍随机规划的核心理论与求解方法, 涵盖两阶段与多阶段模型、对偶理论、采样近似、机会约束、随机整数规划等主题, 并结合电力调度、供应链管理、金融风险等实际应用场景, 帮助学员建立从建模到求解的完整知识体系。

适合人群

- 运筹学、应用数学、工业工程等专业的的高年级本科生与研究生
- 从事供应链优化、电力系统调度、金融风控等领域的工程师与研究人员
- 希望深入理解不确定性建模与优化理论的数据科学从业者
- 对确定性线性规划已有基础, 希望拓展至随机环境的学习者

前置知识

- 线性规划: 单纯形法、对偶理论、灵敏度分析
- 概率论与数理统计: 随机变量、期望、方差、大数定律
- 线性代数: 矩阵运算、特征值、正定性
- 微积分: 多元函数极值、凸分析基础 (有则更佳)

1 课程内容

讲次	主题	内容概要
1	随机规划导论	不确定性下的决策问题; 随机规划的发展历史与里程碑; 与确定性优化的关系; 基本模型分类 (追索模型、机会约束模型); 应用领域概览
2	概率基础回顾	概率空间与 σ -代数; 随机变量与分布; 数学期望的性质与计算; 条件期望; 大数定律与中心极限定理; 在随机规划中的应用

讲次	主题	内容概要
3	两阶段随机规划	两阶段决策模型的建立；追索（Recourse）的概念；追索函数 $Q(x)$ 的性质：凸性、下半连续性、Lip-schitz 连续性；完全追索与相对完全追索；确定性等价问题
4	L-shaped 方法	Benders 分解思想；L-shaped 算法框架；最优切割（Optimality Cut）的构造；可行切割（Feasibility Cut）的构造；多切割 L-shaped 方法；收敛性分析
5	多阶段随机规划	多阶段决策的信息结构；非预期性约束（Nonanticipativity）；场景树的构造与表示；动态规划形式与嵌套分解；计算复杂度分析
6	随机规划对偶理论	随机线性规划的对偶问题；弱对偶与强对偶定理；完全追索条件下的对偶性质；对偶分解方法；经济学解释——影子价格的随机版本
7	采样与近似方法	样本均值近似（SAA）方法；SAA 的收敛性：一致收敛与 epi-收敛；蒙特卡洛采样策略；方差缩减技术（重要性采样、控制变量、对偶变量法）；置信区间与统计推断
8	机会约束规划	单个机会约束与联合机会约束；机会约束的等价转化；CVaR 近似方法；Bonferroni 不等式近似；分布鲁棒机会约束；凸近似与安全近似
9	随机整数规划	两阶段随机整数规划模型；分支定界法的随机扩展；Lagrangian 松弛与对偶间隙；Progressive Hedging 算法；整数 L-shaped 方法；计算挑战与前沿进展
10	应用专题	电力系统机组组合与调度；供应链网络设计与库存管理；金融投资组合与风险管理；物流车辆路径规划；综合案例分析与建模实践

2 参考资料

1. Birge, J. R. & Louveaux, F. *Introduction to Stochastic Programming*. Springer, 2011.
随机规划领域最经典的教材，体系完整，覆盖两阶段与多阶段理论。
2. Shapiro, A., Dentcheva, D. & Ruszczyński, A. *Lectures on Stochastic Programming: Modeling and Theory*. SIAM, 2021.
偏重理论深度，包含 SAA 收敛性、风险度量、分布鲁棒等前沿内容。
3. Kall, P. & Wallace, S. W. *Stochastic Programming*. Wiley, 1994.
早期经典著作，对追索模型与对偶理论有详细讲解。

4. **Prékopa, A.** *Stochastic Programming*. Kluwer Academic Publishers, 1995.

机会约束规划领域的权威参考，对概率约束有深入分析。

5. **Ruszczynski, A. & Shapiro, A. (Eds.)** *Stochastic Programming*. Handbooks in Operations Research and Management Science, Vol. 10. Elsevier, 2003.

综述性手册，涵盖理论、算法、应用等多个方面。