

网络优化：理论、算法与应用

MarkZZZ WeChat: MarkZZZ20XX

课程简介

网络优化 (Network Optimization) 是运筹学与组合优化的核心分支, 研究定义在图与网络结构上的优化问题及其高效求解算法。本课程面向博士研究生, 系统讲授网络优化的理论基础、经典算法与前沿研究方向。

课程以严格的数学推导为核心, 涵盖图论基础与全幺模性、最短路径的代数结构与精细复杂度、最小生成树与拟阵对偶、最大流最小割及其推广、最小费用流的原始-对偶方法、多商品流的多面体理论与分解方法、网络设计的近似算法、车辆路径的分支定价切割方法、设施选址的近似比分析、以及网络可靠性与鲁棒优化模型。

通过完整的定理证明、复杂度分析、近似比论证与计算实验讨论, 使学生掌握网络优化的完整理论框架, 并具备独立开展相关研究的能力。

适合人群

运筹学、工业工程、计算机科学及相关专业的博士研究生

组合优化、算法理论方向的硕士研究生

从事供应链管理、物流优化、通信网络设计等领域的高级研发人员

对网络结构上的算法设计与复杂度理论有研究兴趣的学者

前置知识

线性代数 (Linear Algebra): 矩阵运算、行列式、向量空间、特征值

概率论与数理统计 (Probability and Statistics): 概率模型、期望方差、随机过程基础

线性规划 (Linear Programming): 单纯形法、对偶理论、互补松弛、灵敏度分析

离散数学与图论 (Discrete Mathematics & Graph Theory): 图的连通性、树、欧拉/Hamilton 回路

算法设计与分析 (Algorithm Design and Analysis): 分治、动态规划、贪心、NP-完全性理论

组合优化基础 (Combinatorial Optimization): 多面体理论、TU/TDI 基础 (推荐)

讲次 主题

内容概要

1 图论与网络模型导论

图与网络基本概念; 路径、连通性、树的等价刻画与 Cayley 公式; 网络模型 (费用/容量/供需/流守恒); 全幺模矩阵 TU 与 Hoffman-Kruskal 定理; TU 性归纳证明; 问题分类与复杂度层级; LP 对偶与网络对偶解释

讲次	主题	内容概要
2	最短路径问题	LP 建模与对偶 (距离标号 = 对偶变量); 最优性条件 (三角不等式/Bellman 方程/势函数); Dijkstra (d -叉堆/Fibonacci 堆); Bellman-Ford 与负环检测; A^* 搜索最优性; Floyd-Warshall/Johnson 与闭半环统一; 差分约束与 APSP 猜想
3	最小生成树与 Steiner 树	MST 完全刻画 (切割性质/环性质); Kruskal/Prim/Borůvka/Chazelle; 拟阵理论 (Rado-Edmonds 贪心最优性); 对偶拟阵与拟阵交; Steiner 树 NP-hard、2-近似与 Byrka $\ln 4 + \varepsilon$; Dreyfus-Wagner DP; Kirchhoff 矩阵树定理
4	最大流与最小割	流定义与流值公式; MFMC 三种证明 (增广路/LP/TU); Ford-Fulkerson 终止性与指数反例; Edmonds-Karp $O(nm^2)$; Push-Relabel $O(n^2m)/O(n^3)$; 整数流/Menger/König 定理; Dinic 到近线性时间
5	最小费用流	LP 建模与对偶; 负费用环条件与互补松弛; 消圈算法; SSP 正确性与复杂度; 费用缩放与容量缩放; 网络单纯形法 (生成树结构/换基/非退化性); 运输问题与指派问题
6	多商品流	弧-路/弧-节点 LP 模型; 整数 NP-hard 性; 分数松弛与整数间隙; 列生成法; Lagrange 松弛与次梯度法; Dantzig-Wolfe 分解; 近似算法与竞争分析
7	网络设计问题	统一框架 (连通性/容量要求); 固定费用网络流 LP 加强; Jain 2-近似迭代舍入; Steiner 森林近似; Benders 分解; 容量网络设计; Lagrange 松弛与分支定价
8	车辆路径问题	VRP 定义与变体分类; DFJ/MTZ 模型; 分支定价切割 BPC; 有效不等式 (容量割/rounded capacity); Clarke-Wright 启发式; ALNS/遗传算法; 精确方法计算前沿
9	设施选址问题	UFL LP 松弛与整数间隙; 贪心 H_n -近似与 LP 舍入 1.488-近似; CFL 与 Lagrange 松弛; p -中位/ p -中心近似与不可近似性; Benders 分解; 鲁棒设施选址

讲次	主题	内容概要
10	网络可靠性与鲁棒优化	结构函数与串并联系统；最小路集/割集与 $\#P$ -completeness；蒙特卡洛与 BDD 方法；冗余分配 DP；两阶段随机规划；Bertsimas–Sim 鲁棒对等式；DRO 在网络问题中的应用

参考书目

1. Ahuja, R. K., Magnanti, T. L. & Orlin, J. B. *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. Prentice Hall, 1993. [主要参考：网络流理论]
2. Korte, B. & Vygen, J. *Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms*. 6th ed. Springer, 2018. [组合优化理论]
3. Gen, M., Cheng, R. W. & Lin, L. *Network Models and Optimization: Multiobjective Genetic Algorithm Approach*. Springer, 2008. [网络模型与智能优化]
4. Bertsekas, D. P. *Network Optimization: Continuous and Discrete Models*. Athena Scientific, 1998. [连续与离散模型]
5. Schrijver, A. *Combinatorial Optimization: Polyhedra and Efficiency*. 3 vols. Springer, 2003. [多面体理论]
6. Toth, P. & Vigo, D. (Eds.) *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications*. 2nd ed. SIAM, 2014. [车辆路径]
7. Williamson, D. P. & Shmoys, D. B. *The Design of Approximation Algorithms*. Cambridge, 2011. [近似算法]
8. Ben-Tal, A., El Ghaoui, L. & Nemirovski, A. *Robust Optimization*. Princeton University Press, 2009. [鲁棒优化]
9. Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J. & Sherali, H. D. *Linear Programming and Network Flows*. 4th ed. Wiley, 2010. [线性规划与网络流]
10. Conforti, M., Cornuéjols, G. & Zambelli, G. *Integer Programming*. Springer, 2014. [整数规划]

授课教师

教师 MarkZZZ
 微信 MarkZZZ20XX