

# 多目标优化

Multi-Objective Optimization — 博士水平课程

MarkZZZ WeChat: MarkZZZ20XX

## 课程简介

多目标优化 (Multi-Objective Optimization, MOO) 研究同时优化多个相互冲突目标函数的理论与方法。与单目标优化不同, 多目标问题通常不存在使所有目标同时最优的解, 而是存在一族 **Pareto 最优解** 构成的 **Pareto 前沿** (Pareto Front)。本课程从向量优化的数学基础出发, 系统讲授 Pareto 最优性理论、标量化方法、多目标对偶理论、进化多目标算法 (NSGA-II、MOEA/D 等)、多目标随机与鲁棒优化、多目标组合优化, 以及面向实际决策的交互式优化方法。课程强调严格的数学推导与算法设计的有机结合, 覆盖从理论基础到前沿研究的完整知识体系。

## 适合人群

- 运筹优化、数学规划方向的博士生与高年级硕士生
- 具备扎实优化基础、希望深入学习 Pareto 理论与进化算法的研究人员
- 工程、金融、生物信息等领域的多目标决策实践者

## 前置知识

- 数学分析: 实分析、凸集、凸函数
- 线性规划: 对偶理论、KKT 条件
- 凸优化: Lagrange 乘子法、共轭函数
- 概率论: 基础概率与期望 (第 8 讲需要)
- 算法基础: 图算法、复杂性理论 (第 10 讲需要)

## 1 课程内容总览

讲次	主题	内容概要
1	引论与数学基础	偏序关系、向量序、Pareto 占优与 Pareto 最优性、弱/强/真 Pareto 最优性的等价刻画、向量优化问题的一般框架
2	Pareto 前沿理论	Pareto 前沿的存在性定理、紧性与有界性条件、连通性 (连续可微情形)、凸性条件与凸锥刻画、多目标问题的局部与全局最优性

讲次	主题	内容概要
3	标量化方法	加权法 (Weighted Sum) 与等价性定理、 $\varepsilon$ -约束法、Chebyshev 标量化、增广加权 Chebyshev 法、目标规划 (Goal Programming)、标量化方法的系统比较
4	多目标对偶理论	Lagrange 多目标对偶、向量值 Lagrangian、鞍点定理、KKT 系统的向量推广、弱对偶与强对偶、鲁棒对偶
5	Pareto 前沿的计算理论	参数化方法与灵敏度分析、Normal Boundary Intersection (NBI) 方法、NISE 方法 (双目标凸情形)、后验 Pareto 计算框架
6	进化多目标算法基础	NSGA-II (非支配排序遗传算法)、SPEA2 (Strength Pareto EA 2)、快速非支配排序算法 ( $O(MN^2)$ 复杂度分析)、收敛性理论
7	分解方法	MOEA/D (Multi-Objective EA based on Decomposition)、切比雪夫分解框架、理想点逼近理论、权重向量设计、与 NSGA-II 的比较
8	多目标随机优化	期望 Pareto 前沿、随机占优 (一阶/二阶)、风险度量整合 (CVaR 多目标)、样本平均近似 (SAA) 的多目标扩展
9	多目标鲁棒优化	集合 Pareto (Set-based Pareto)、Min-Max 多目标方法、不确定性传播分析、鲁棒 Pareto 前沿的计算
10	多目标组合优化	双目标最短路 (Bi-Criteria Shortest Path)、双目标最小生成树、双目标背包问题、近似 Pareto 前沿、FPTAS 扩展
11	多目标决策支持	偏好学习 (Preference Learning)、交互式多目标优化、多准则决策分析 (MCDM)、AHP、TOPSIS、折中规划
12	高级专题与前沿	Many-Objective 优化 (目标数 $\geq 4$ ) 挑战、超多目标 (Hyper-Many-Objective) 分解策略、参考点方法 (NSGA-III、RVEA)、研究开放问题

## 2 主要参考文献

1. Miettinen, K. (1999). *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Kluwer Academic Publishers. 多目标优化领域的经典教材，覆盖标量化方法和交互式方法的完整理论。