

# 凸优化

理论、算法与应用

MarkZZZ WeChat: MarkZZZ20XX

## 课程简介

凸优化 (Convex Optimization) 是现代优化理论的基石，在机器学习、信号处理、控制系统、金融工程等领域有广泛应用。本课程系统讲解凸集与凸函数的理论基础，凸优化问题的标准形式与对偶理论，**KKT 条件**的推导与应用，以及无约束与约束优化的经典算法（梯度下降、Newton 法、内点法等）。课程注重**数学推导**与**几何直觉**的结合，帮助你建立完整的凸优化知识体系。

## 适合人群

- 希望系统学习优化理论的数学、运筹学、计算机专业学生
- 从事机器学习、数据科学研究，需要理解优化算法本质的研究者
- 从事信号处理、控制、金融等领域，需要建模与求解优化问题的工程师

## 前置知识

- 线性代数：矩阵运算、特征值与特征向量、正定矩阵
- 多元微积分：梯度、Hessian 矩阵、Taylor 展开
- 基本的实分析概念（开集、闭集、紧集、连续性）有帮助但非必须
- 线性规划基础有帮助但非必须

## 1 课程内容

讲次	主题	内容概要
1	凸优化导论	优化问题的一般形式；凸优化的定义与特殊地位；局部最优即全局最优；应用概览
2	凸集	仿射集与凸集；常见凸集（超平面、半空间、多面体、椭球、锥）；保凸运算；分离超平面与支撑超平面定理
3	凸函数	凸函数的定义与判定；一阶条件与二阶条件；保凸运算（逐点上确界、复合、透视函数）；共轭函数
4	凸优化问题	标准形式 (LP、QP、SOCP、SDP)；等价变换；松弛与近似；多目标优化

---

讲次	主题	内容概要
5	对偶理论	Lagrange 对偶；弱对偶与强对偶；Slater 条件；对偶问题的几何解释；鞍点与极小极大
6	KKT 条件与最优性	KKT 条件的推导与意义；互补松弛；约束品性 (Constraint Qualification)；灵敏度分析
7	无约束优化算法	梯度下降法；收敛速率分析 (强凸、光滑)；Newton 法与二次收敛；拟 Newton 法 (BFGS)
8	约束优化算法	等式约束：Newton 法与 KKT 系统；不等式约束：障碍函数法 (Barrier Method)；内点法的基本框架
9	锥优化与内点法	自共轭锥与对称锥；原始-对偶内点法；中心路径与收敛分析；求解器简介 (MOSEK, SeDuMi)
10	应用专题	机器学习中的凸优化 (SVM、Lasso、逻辑回归)；信号处理 (压缩感知、稀疏恢复)；凸优化前沿与非凸扩展

---

## 2 参考资料

---

1. Boyd, S. & Vandenberghe, L. *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004.
2. Bertsekas, D.P. *Convex Optimization Theory*. Athena Scientific, 2009.
3. Nesterov, Y. *Introductory Lectures on Convex Optimization: A Basic Course*. Springer, 2004.
4. Ben-Tal, A. & Nemirovski, A. *Lectures on Modern Convex Optimization*. SIAM, 2001.
5. Rockafellar, R.T. *Convex Analysis*. Princeton University Press, 1970.